

# Solving Assignment Problems Using The Black Hole Optimization in R

Jamal Bashir Oheba ,

Industrial Engineering, Faculty of Industrial and Technology, Misrata, Libya  
email: jamaloheba@yahoo.com

Received: 30-10-2025 | Accepted: 15-01-2026 | Available online: 13-03-2026 | DOI:10.26629/jtr.2026.\*\*

## ABSTRACT

This paper presents, the Black Hole Optimization (BHO), a meta heuristic algorithm inspired by the physical phenomenon of black holes in the universe. The algorithm was implemented in the R programming language using the metaheuristicOpt Library, which provides advanced functions for optimization. Several assignment problems were tested, and the proposed method successfully obtained optimal and near optimal solutions. The performance of BHO was compared with the Flower Pollination Algorithm-FPA) and (Whale optimization Algorithm -WOA). Results indicate that BHO is efficient, competitive, and can be used effectively for solving such problems in the field of operation research applications.

**Keywords:** Black Hole Optimization (BHO), Assignment problem, R language, MetaheuristicOpt library.

## خوارزمية الثقب الأسود (BHO) بلغة R

### لحل مسائل التخصيص

جمال بشير أوهيبة

قسم الهندسة الصناعية، كلية التقنية الصناعية، مصراتة، ليبيا

### ملخص البحث

خوارزمية الثقب الأسود (Black Hole Optimization-BHO) هي إحدى الخوارزميات الحديثة في مجال خوارزميات الذكاء الاصطناعي التطويرية، مستوحاة من ظاهرة السلوك الفيزيائي للثقب الأسود في الكون، حيث برزت أهميتها كواحدة من أحدث وأكثر الطرق كفاءة وفاعلية في حل مشاكل التحسين المعقدة (optimization problems). تهدف هذه الورقة البحثية إلى تقديم خوارزمية الثقب الأسود لحل مسائل التخصيص. الخوارزمية تم بناؤها بلغة R باستخدام البرمجة المتقدمة والدوال والوظائف المتوفرة بالمكتبة **MetaheuristicOpt** المصاحبة لهذه اللغة، وأدى تطبيقها على عدد من مسائل التخصيص إلى إيجاد الحل الأمثل أو القريب من الحل الأمثل. أداء الخوارزمية المقترحة تم مقارنته بخوارزمية تلقيح الأزهار وخوارزمية أمثلية الحوت والعديد من الخوارزميات الأخرى، وأوضحت نتائج المقارنة أن الخوارزمية المقترحة فعالة في معالجة مسائل التخصيص، ويمكن استخدامها بكفاءة وفاعلية في حل المسائل المشابهة.

**الكلمات الدالة:** مسائل التخصيص، خوارزمية الثقب الأسود، البرمجة بلغة R، المكتبة **MetaheuristicOpt**.

## 1. المقدمة

تعد مسألة التخصيص من المسائل الرياضية والعلمية الهامة في مجال بحوث العمليات، والهندسة الصناعية. تهدف إلى إيجاد حل لمشكلات تتضمن تخصيص الموارد المتاحة أو الوسائل على المهام، بحيث يحقق هذا التخصيص أفضل نتيجة ممكنة (الحل الأمثل). إذ يفترض النموذج الرياضي لعملية التخصيص وجود عدد من المهام ( $n$ ) يمكن تنفيذ كل منها بواسطة أي من الموارد المتاحة أو الوسائل ( $n$ ) كالعامل والأجهزة والآلات بحيث يتم تحقيق هدف محدد مثل تقليل التكاليف أو زيادة الأرباح. إن صياغة النموذج الرياضي في مسألة التخصيص يتطلب أن تكون مصفوفة التكاليف ( $cost$  matrix) مربعة، أو ما يعرف بحالة التخصيص المتوازن (Balanced assignment) أي ضرورة المساواة بين عدد المهام وعدد الموارد المتاحة. ولكن يحدث في بعض الحالات أن يكون النموذج غير متوازن (Unbalanced assignment) وهذا يعني أن يكون عدد المهام أقل من الموارد المتاحة أو عدد المهام أكبر من الموارد المتاحة، فعند ذلك يجب إضافة صفوف أو أعمدة وهمية (Dummy) بقيم تكاليف صفرية لكل صف أو عمود لضمان تحقيق التوازن قبل البداية في تطبيق عملية التخصيص [1].

يمكن حل مسائل التخصيص باستخدام أربع طرق شائعة في مجال بحوث العمليات، أولها طريقة العد الكامل (Complete enumeration) وثانيهما الطريقة الهنغارية (Hungarian Method) وثالثهما طريقة البرمجة الخطية (The Linear Programming) وأخيراً طريقة النقل (Transportation Method) [2].

أدى التطور المتسارع في الخوارزميات التطويرية والذكاء الاصطناعي إلى ظهور أساليب فعالة لمعالجة مسائل الأمثلية المعقدة، وكان من أبرزها خوارزمية الثقب الأسود (BHO)، المستوحاة من محاكاة الظاهرة

الفيزيائية للثقب الأسود ذات الجاذبية العالية ورمز القوة الغامضة في الكون. تم تقديم هذه الخوارزمية لأول مرة من قبل الباحث Hatamlau وآخرون عام 2013. وقد أثبتت كفاءة ملحوظة في مجالات متعددة مثل الهندسة والعلوم التطبيقية [3].

ومع تطور لغات البرمجة، برزت لغة R كبيئة حاسوبية متقدمة لتحليل النماذج الرياضية بفضل مكتباتها المتخصصة. فقد قدم الباحث Riza وآخرون (2019) مكتبة باسم MetaheuristicOpt التي تضم مجموعة واسعة من الخوارزميات الحديثة مثل خوارزمية الذئب الرمادي (Grey Wolf Optimization) (GWO) وخوارزمية التناغم الموسيقي (Harmony Search) (HS) وخوارزمية اليراعة واللهب (Fire Fly Algorithm) (FFA) وخوارزمية سرب الجسيمات (Particle Swarm Optimization) (PSO) وخوارزمية التحسين القائمة على علم الجغرافيا الحيوية (Biogeography-based Optimization)، وأسهمت في تعزيز كفاءة وحل المسائل الرياضية والهندسية المختلفة [4].

وفي تحليل مسائل التخصيص، قدم الباحث Dhoub (2022) خوارزمية جديدة أطلق عليها أسم (DM\_API) لحل مسائل التخصيص، الخوارزمية تم بناؤها بلغة بايثون (Phyton) وأثبت أنها فعالة مقارنة بالطريقة الهنغارية [5]. في حين قدم الباحث Sadiq وآخرون (2022) مقارنة بين الخوارزمية الهنغارية والخوارزميات البديلة الأخرى لإيجاد الحل الأمثل لمسائل التخصيص [6]. كما اقترح الباحث Wieloch (2021) كيفية حل مسألة التخصيص في حالة عدم اليقين (uncertainty) [7]. وطور الباحثان Hashim و Shiker (2023) خوارزمية أطلق عليها أسم (AZ1) أثبتا فيها أن طريقتهم الجديدة يمكن استخدامها في حل مسائل التخصيص المتزنة وغير المتزنة [8]. في حين قدم الباحث Ahmed (2025) في دراسة حديثة خوارزمية جديدة ومعدلة من الطريقة الهنغارية أثبت فيها

المنفصل (Discrete/Permutation). كما تهدف الورقة البحثية إلى تقييم أداء الخوارزمية في إيجاد الحل الأمثل أو القريب من الحل الأمثل لمسائل التخصيص المتزنة وغير المتزنة وبأحجام مصفوفات تكاليف مختلفة.

## 2. نموذج التخصيص

النموذج الرياضي لتخصيص عدد من الوسائل على عدد من المهام يمكن كتابته على الصورة التالية :

$$\text{Min or Max } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (3)$$

$$x_{ij} \text{ Binary } (0,1) \quad (4)$$

For all  $i = 1, 2, \dots, n$  &  $j = 1, 2, \dots, n$

حيث:

Z دالة الهدف تقليل أو تعظيم.

n عدد الموارد المتاحة.

n عدد المهام.

$c_{ij}$  تكاليف التخصيص.

$x_{ij}(0,1)$  متغير القرار (ثنائي) قيمته تكون إما

مساوية إلى الواحد، إذا تم التخصيص بين

الموارد المتاحة والمهام، أو الصفر إذا كان

غير ذلك.

يتكون نموذج التخصيص الرياضي من أربعة عناصر أساسية؛ أولها دالة الهدف التي تعبر عن الهدف المراد الوصول إليه وفقاً للمعادلة (1)، وهي عبارة عن معادلة بدلالة متغيرات القرار  $x_{ij}$ ،  $c_{ij}$  التي تمثل كلفة التخصيص بين الموارد المتاحة (i) و المهام (j) التي نرغب عادة في تقليلها (Minimization) أو تعظيمها (Maximization)، وثانيهما القيود الأساسية وفقاً للمعادلات (2) و (3)، وهي عبارة عن معادلات في

أنها فعالة في حل مسائل التخصيص [9]. وفي دراسة مشابهة، قدم الباحث Seethalakshmy (2022) خوارزمية جديدة معدلة من الطريقة الهنغارية لحل مسائل التخصيص، وأثبت أنها فعالة في الوصول إلى الحل الأمثل [10].

وفي توظيف تقنيات الذكاء الاصطناعي، استخدم الباحث Banjo وآخرون (2020) خوارزمية جينية (Genetic Algorithm) لحل مسائل التخصيص، وتوصل الباحث إلى أنه من المهم ضبط متغيرات الخوارزمية الجينية عند الوصول إلى الحل الأمثل [11]. وفي محاكاة سلوك النمل الطبيعي في الوصول إلى الحل الأمثل قدم الباحث Demiral (2017) في دراسة سابقة خوارزمية مستعمرة النمل (AntColony) لحل مسائل التخصيص، وأثبت أنها فعالة في الوصول إلى الحل الأمثل [12]. وفي جانب آخر قدم الباحث Abualigah وآخرون (2021) مراجعة شاملة لأكثر من 135 بحث علمي تناولت خوارزمية الثقب الأسود، مع تحليل نقاط القوة والضعف والتطوير وأهمية التشفير الثنائي وكذلك مجالات التطبيق [13]. كذلك، قدم الباحث AL-Khazraji (2022) خوارزمية أمثلية الحوت (Whale optimization Algorithm) (WOA) وخوارزمية تلقيح الأزهار (Flower Pollination Algorithm) (FPA) لحل مسائل التخصيص، تم بناء الخوارزمية باستخدام برنامج Matlab وتوصل الباحث إلى أن خوارزمية تلقيح الأزهار كانت الأفضل مقارنة بخوارزمية تحسين الحوت في الوصول إلى حل قريب من الحل الأمثل [14].

في هذا السياق، تهدف هذه الورقة البحثية إلى تطوير خوارزمية الثقب الأسود باستخدام حزمة MetaheuristicOpt الصادرة بتاريخ 2019/8/29، من خلال تعديل بنيتها لتتلاءم مع مسائل التخصيص المنفصلة، وقد تم ذلك عبر إضافة الدالة perm في برمجة دالة اللياقة، مما أتاح تحويل الخوارزمية من فضاء الحل المتصل (continuous) إلى فضاء الحل

من الكون لتحل محلها [14]. تقوم الفكرة الأساسية لهذه الخوارزمية على ترجمة هذه الصورة الكونية إلى عملية بحث عن الحل الأمثل من خلال عملية التهيئة (Initialisation) التي يتم فيها توليد مجموعة أولية من الحلول (النجوم) بشكل عشوائي ضمن الحد الأدنى والحد الأعلى لفضاء البحث للمشكلة قيد الدراسة، ثم بعد ذلك يتم تقييم جودة كل نجم (حل) من خلال تقييم جودة دالة اللياقة (fitness function) ويتم اختيار أفضل نجم من له أعلى قيمة لياقة ليصبح تقباً أسود أما باقي الحلول فتصبح نجوم عادية. بعد ذلك تتحرك النجوم (Moving Stars) بشكل عشوائي باتجاه موقع الثقب الأسود، هذه الحركة العشوائية تسمى بعملية الاستغلال (Exploitation)، تبدأ بعد ذلك عملية حدوث الامتصاص واختفاء النجوم (Absorption and Replacement) ويتم حساب نصف قطر أفق الحدث (Event Horizon) الذي يحدد المسافة بين أي نجم والثقب الأسود. إذا أصبحت المسافة بين أي نجم و أفق الحدث أقل من نصف قطر الحدث يتم امتصاصه من قبل الثقب الأسود، ويتم استبداله بنجم جديد يتم توليده عشوائياً في فضاء البحث، هذه العملية تعرف بعملية الاستكشاف (Exploration). الخوارزمية لها آلية ذكية حيث تمنح القدرة على التوازن بين عمليتي الاستكشاف التي تعني القدرة على البحث في مناطق جديدة وغير مستكشفة من فضاء الحل، مما يزيد من احتمال العثور على حلول جديدة، بينما تركز عملية الاستغلال على تحسين الحلول الحالية وتقريبها من الحل الأمثل أما عملية الامتصاص فتعني انتهاء البحث في تلك المنطقة. تستمر عملية التهيئة وتقييم جودة دالة الهدف وحركة النجوم والامتصاص في التكرار من خلال العمليات الرئيسية السابقة حتى يتحقق شرط الإيقاف الذي يحدده مصمم الخوارزمية، وعادة ما يكون عدد التكرار أو غيره من المقاييس [3,15].

حدودها، سوف يتم اتخاذ القرار وتضمن تخصيص مهمة واحدة فقط لكل من الموارد المتاحة (one-to-one)، وثالثهما القيد وفقاً للمعادلة (4)، الذي يضمن أن قيمة متغير القرار  $x_{ij}$  لكل قيم  $(i, j)$  تكون إما مساوية إلى الواحد، إذا تم التخصيص بين الموارد المتاحة والمهام، أو الصفر إذا كان غير ذلك. نموذج التخصيص الرياضي يمكن إعادة صياغته على هيئة مصفوفة موضحة في الجدول رقم (1).

جدول 1. مصفوفة التكاليف

الموارد المتاحة (n)	المهام (n)					
	1	2	3	...	n	
1	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	...	$c_{1n}$	1
2	$c_{21}$	$c_{22}$	$c_{23}$	...	$c_{2n}$	1
3	$c_{31}$	$c_{32}$	$c_{33}$	...	$c_{3n}$	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$c_{n1}$	$c_{n2}$	$c_{n3}$		$c_{nn}$	1
	1	1	1	...	1	n

يستخدم نموذج التخصيص أو التعيين في العديد من التطبيقات العملية مثل تعيين الموظفين على الوظائف المختلفة، توزيع الاستثمارات على المشاريع المختلفة، تخصيص البضائع على وسائل النقل، تخصيص الأعمال والعمال على الآلات، تخصيص الطلبات لمراكز التوزيع، وتخصيص الطائرات على البوابات في المطارات، والعديد من الاستخدامات الأخرى [1,2].

### 3. المنهجية العلمية

#### 1.3 خوارزمية الثقب الأسود (BHO)

خوارزمية الثقب الأسود (BHO) هي إحدى الخوارزميات الحديثة في مجال خوارزميات الذكاء الاصطناعي التطويرية، مستوحاة من السلوك الفيزيائي للثقب الأسود في الكون، حيث تتحرك النجوم في الفضاء وعندما تقترب أكثر من الثقب الأسود ذو الجاذبية العالية فإنها تختفي إلى الأبد، بينما تظهر نجوم جديدة في مواقع عشوائية

## 2.3 لغة R والمكتبة MetaheuristicOpt

تعد لغة R من لغات البرمجة العلمية المجانية مخصصة للنمذجة الرياضية والحوسبة الإحصائية حيث بدأت في جامعة أوكلايد بنيوزلندا، وسميت بالحرف R نسبة إلى الحرف الأول من الباحثين ، Ross Ihaka , Robert Gentleman وكان أول إصدار تجريبي لهذه اللغة سنة 1997. خلال السنوات القليلة الماضية انتشرت بسرعة كبيرة في البحث العلمي عبر مختلف التخصصات من خلال ما تقدمه هذه اللغة من تقنيات وحزم (Packages) ساهمت بشكل فعال في دراسة وتحليل العديد من المسائل الرياضية والإحصائية المختلفة، بمفاهيم وأساليب لم تكن متوفرة من قبل مقارنة باللغات والبرمجيات المعروفة [16]. المكتبة MetaheuristicOpt هي إحدى المكتبات في لغة R تم إصدارها بتاريخ 2019/6/19 تتكون من مجموعة من الأوامر والوظائف الخاصة بتطبيق الخوارزميات الحديثة لحل المسائل الرياضية المختلفة. الوظيفة الرئيسية لخوارزمية الثقب الأسود، الدالة BHO من الإصدار (2.0.0) التي يمكن أن نوضح متغيراتها من خلال النقاط التالية:

## BHO

```
FUN = objective function,
optimType = "MIN",
numVar = num_var,
numPopulation = num_population,
maxIter = max_iter,
rangeVar = range_var )
```

1. FUN تمثل دالة اللياقة أو الصلاحية التي ترتبط بدالة الهدف للمسألة قيد الدراسة.
2. optimType تحدد إذا كانت المسألة تقليل أو تعظيم لدالة الهدف.
3. numVar تمثل عدد المتغيرات.
4. numPopulation تمثل عدد المجتمع الابتدائي.

5. maxIter رقم عددي يمثل عدد التكرار وشرط الإيقاف.

6. rangeVar مصفوفة تمثل الحد الأدنى والحد الأعلى لكل متغير في فضاء البحث.

## 3.3 . خطوات بناء خوارزمية الثقب الأسود

بعد إتمام عملية تنزيل لغة R وتنصيب المكتبة MetaheuristicOpt من الموقع الرسمي <https://cran.r-project.org> تتضمن الخوارزمية المقترحة عدد من الخطوات الأساسية المترابطة مع بعضها البعض التي تم بناؤها باستخدام البرمجة المتقدمة والدوال و الوظائف المتوفرة بالمكتبة MetaheuristicOpt ، ومن أجل التوضيح أكثر فإنه يمكن استخدام بيانات مسألة تخصيص 1 أدناه واتباع الخطوات التالية [17]:

1. تحديد عدد الوسائل من الموارد المتاحة وعدد المهام.

```
n_agents <- nrow(cost_matrix)
```

```
n_tasks <- n_col(cost_matrix)
```

2. تحديد متغير باسم cost\_matrix لقراءة مصفوفة التكاليف المكونة من 6 صفوف و 6 أعمدة كمداخلات للخوارزمية.

```
cost_matrix <- matrix (c
```

```
(10,15,12,18,14,13,
```

```
17,14,22,16,19,20,
```

```
12,15,13,8,12,9,
```

```
11,16,15,22,21,18
```

```
13,10,17,19,15,10,
```

```
15,8,14,25,16,18
```

```
,6,6,byrow = TRUE))
```

3. كتابة دالة اللياقة أو الهدف وحساب التكلفة الكلية للتخصيص الناجمة عن تخصيص عامل لكل مهمة وفق ترتيب معين perm.

```
assignment_cost <- function(perm)
{sum(cost_matrix [cbind (1:n_agents,
perm)])}
```

4. ضبط معاملات الخوارزمية.

```
num_var <- 6
```

```
num_population <- 50
```

```
cat("\n Assignment Matrix
(0/1): \n")
print(assignment_matrix)
```

#### 4. الجانب التطبيقي

تم تطبيق خوارزمية الثقب الأسود (BHO) على عدد من مسائل التخصيص المنشورة في المجالات العلمية، ومقارنة نتائج الخوارزمية المقترحة بالخوارزميات والطرق الأخرى من خلال الآتي:

أ- مسألة تخصيص 1 من الورقة العلمية للمؤلف Dhoub (2022) الذي استخدم خوارزمية جديدة أطلق عليها اسمه (DM\_API) Dhoub Matrix لتحديد قيمة دالة الهدف وكذلك التخصيص الأمثل. مصفوفة التكاليف المستخدمة تهدف إلى تخصيص 6 وظائف على 6 آلات موضحة في الجدول رقم (2) [5].

#### جدول 2. مسألة تخصيص 1

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
J1	10	15	12	18	14	13
J2	17	14	22	16	19	20
J3	12	15	13	8	12	9
J4	11	16	15	22	21	18
J5	13	10	17	19	15	10
J6	15	8	14	25	16	18

تم تنفيذ خوارزمية الثقب الأسود (BHO) على المسألة السابقة بواسطة حاسوب له معالج Intel(R) Core(TM) CPU i7-4510 وذاكرة 8GB، ومعلومات ونتائج حل الخوارزمية لهذه المسألة موضحة في الجدول رقم (3)، الذي يوضح المتوسط الحسابي والانحراف المعياري وكذلك نتائج تنفيذ الخوارزمية لعدد 50 تكرار مستقل (Independent runs)، أما شكل رقم (1) فيوضح تقارب الخوارزمية نحو الحل الأمثل.

#### جدول 3. نتائج خوارزمية الثقب الأسود

```
maxIter<-100
range_var<-
matrix(c(1,n_tasks),nrow=2,ncol=num_var)
```

5. تنفيذ خوارزمية الثقب الأسود باستخدام الدالة BHO

وتخزين النتائج في متغير result.

```
result<-BHO(
```

```
FUN = assignment_cost,
```

```
optimType = "MIN",
```

```
numVar = num_var,
```

```
numPopulation = num_population,
```

```
maxIter = max_iter,
```

```
rangeVar = range_var)
```

6. تحديد التخصيص الأفضل، أي لكل عامل المهمة

المناسبة له وحساب تكاليف التخصيص.

```
best_perm<-
```

```
result$best_perm
```

```
best_cost<-
```

```
result$best_cost
```

7. عرض التكاليف النهائية مع تحديد تكلفة عامل لكل

مهمة محددة له.

```
cat("BHO best cost:",best_cost,"\n")
```

```
cat("BHO Assignment (Worker-Task):
```

```
\n")
```

```
for (i in 1:n_agents) {
```

```
cat(sprintf("Worker %d Task %d (cost: d)\n",
```

```
i,best_perm
```

```
[i, cost_matrix [i, best_perm [i] ]])
```

8. عرض مصفوفة النتائج النهائية 0/1 وطباعتها.

```
assignment_matrix<-
```

```
matrix (0, nrow= n_agents,ncol=n_tasks)
```

```
for(1in 1:n_agents) assignment_matrix
```

```
[i,best_perm[i]]<- 1
```

مشاريع على 4 مناطق جغرافية مختلفة موضحة في الجدول رقم (4) [8].

جدول 4. مسألة تخصيص 2

	Region 1	Region 2	Region 3	Region 4
A	9	12	8	11
B	16	5	18	9
C	7	4	9	20
D	0	0	0	0

تم تطبيق خوارزمية الثقب الأسود (BHO) على مسألة التخصيص غير المتزنة السابقة، ومعلومات ونتائج حل الخوارزمية لهذه المسألة موضحة في الجدول رقم (5)، أما شكل رقم (2) فيوضح تقارب الخوارزمية نحو الحل الأمثل خلال 50 تكرار مستقل.

جدول 5. نتائج خوارزمية الثقب الأسود

BHO Performance Summary	
+-----+	
BHO Best cost: 20	
Worker 1 ? Task 3 (Cost: 8)	
Worker 2 ? Task 2 (Cost: 5)	
Worker 3 ? Task 1 (Cost: 7)	
Worker 4 ? Task 4 (Cost: 0)	
Runs = 50	
numPopulation = 50	
maxIter = 100	
Best Optimal Cost (Min) = 20	
Worst Cost (Max) = 20	
Mean Cost = 20	
SD of Cost = 0	
Mean Time = 1.826282 sec	
SD Time 0.06687368 sec	

#### BHO Performance Summary

+-----+

BHO Best cost: 68

Worker 1 ? Task 3 (Cost: 12)

Worker 2 ? Task 5 (Cost: 19)

Worker 3 ? Task 4 (Cost: 8)

Worker 4 ? Task 1 (Cost: 11)

Worker 5 ? Task 6 (Cost: 10)

Worker 6 ? Task 2 (Cost: 8)

Runs = 50

numPopulation = 80

maxIter = 100

Best Optimal Cost (Min) = 68

Worst Cost (Max) = 68

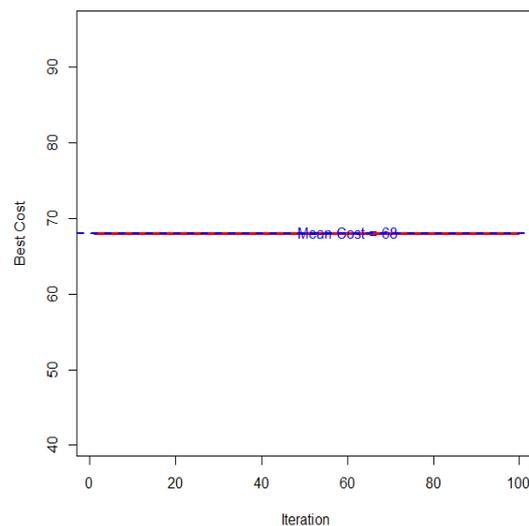
Mean Cost = 68

SD of Cost = 0

Mean Time = 6.993315 sec

SD Time = 0.09182243 sec

Average Convergence Curve (50 Runs)



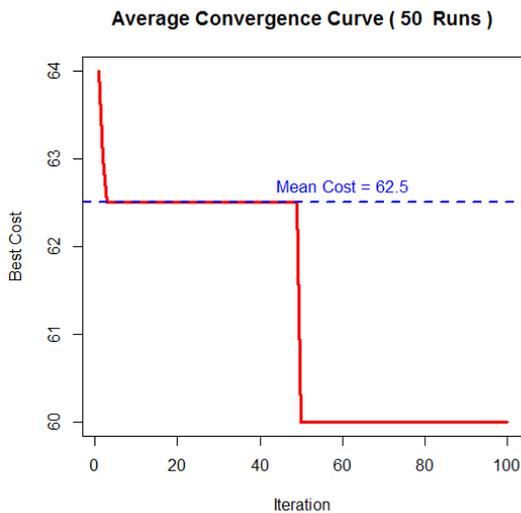
شكل 1. تقارب الخوارزمية نحو الحل الأمثل

بمسألة تخصيص 2 من الورقة العلمية للمؤلفين Hashim و Shiker (2023)، حيث استخدمنا خوارزمية جديدة باسم (AZ1) أثبتنا فيها أن طريقتهم الجديدة يمكن استخدامها في حل مسائل التخصيص غير المتزنة. تهدف مسألة التخصيص المستخدمة إلى تخصيص 3

نتائج حل الخوارزمية لهذه المسائل موضحة في الجدول رقم (7) والجدول رقم (8). أما شكل رقم (3) وشكل رقم (4) فيوضح كل منهما تقارب الخوارزمية نحو الحل الأمثل خلال 50 تكرار مستقل.

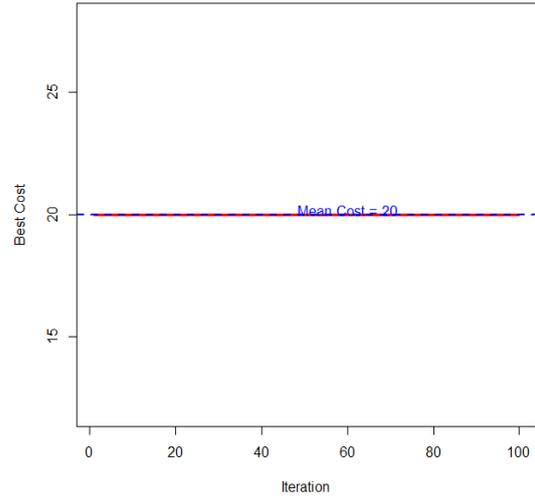
جدول 7. نتائج خوارزمية الثقب الأسود

BHO Performance Summary	
+-----+	
BHO Best cost: 60	
Worker 1 ? Task 4 (Cost: 6)	
Worker 2 ? Task 10 (Cost: 6)	
Worker 3 ? Task 5 (Cost: 6)	
Worker 4 ? Task 6 (Cost: 6)	
Worker 5 ? Task 3 (Cost: 6)	
Worker 6 ? Task 2 (Cost: 6)	
Worker 7 ? Task 8 (Cost: 6)	
Worker 8 ? Task 1 (Cost: 6)	
Worker 9 ? Task 9 (Cost: 6)	
Worker 10 ? Task 7 Cost: 6)	
Runs = 50 numPopulation =150	
maxIter = 100	
Best Optimal Cost (Min) = 60	
Worst Cost (Max) = 64	
Mean Cost= 62.5	
SD of Cost = 2.270395	
Mean Time = 17.25258 sec	
SD Time = 0.1967905 sec	



شكل 3. تقارب الخوارزمية نحو الحل الأمثل

Average Convergence Curve ( 50 Runs )



شكل 2. تقارب الخوارزمية نحو الحل الأمثل

ج- مسألة تخصيص 3 و4 من الورقة العلمية للمؤلف AL-Khazraji (2022) الذي استخدم خوارزمية أمثلية أو تحسين الحوت (WOA) وخوارزمية تلقيح الأزهار (FPA) لحل مسائل التخصيص، تم بناء الخوارزميات باستخدام برنامج Matlab، وتوصل الباحث إلى أن خوارزمية تلقيح الأزهار كانت الأفضل مقارنة بخوارزمية تحسين الحوت في الوصول إلى حل قريب من الحل الأمثل، مسائل التخصيص المستخدمة موضحة في الجدول رقم (6) و الملحق (أ) [14].

جدول 6. مسألة تخصيص 3

10	7	8	6	8	8	9	7	9	11
8	8	7	9	8	7	8	9	10	6
8	7	9	10	6	7	8	7	7	7
9	7	7	8	10	6	9	7	10	9
8	7	6	7	8	9	7	10	11	8
10	6	8	8	9	8	9	7	9	11
8	8	7	9	8	7	9	6	10	10
6	7	9	10	7	7	8	7	9	7
10	7	8	10	8	8	9	7	6	11
8	8	7	9	8	7	6	9	10	10

تم تطبيق خوارزمية الثقب الأسود (BHO) على مسألة تخصيص 3 التي تمثل مصفوفة تكاليف  $10 \times 10$ ، وكذلك على مسألة تخصيص 4 التي تمثل مصفوفة تكاليف

## جدول 8. نتائج خوارزمية الثقب الأسود

## 5. النتائج

يوضح الجدول رقم (9) نتائج المقارنة بين خوارزمية BHO وكل من الخوارزميات (DM\_API) و (AZ1) و (WOA) و (FPA) عند تطبيقها على مسائل تخصيص بأحجام مختلفة. وتبين نتائج المقارنة إلى أن خوارزمية الثقب الأسود حققت الحل الأمثل لمسألتي التخصيص 1 و 2 في جميع التكرارات، عندما كان حجم فضاء البحث صغيراً، والمتمثل في (4!) و (6!)، مع استخدام عدد محدود من أفراد المجتمع. يعكس ذلك كفاءة عالية في آلية الاستغلال، حيث أدت الخوارزمية إلى تقارب سريع ودقيق نحو الحل الأمثل دون الحاجة إلى استكشاف واسع لفضاء البحث. ومع زيادة درجة التعقيد لمسألة التخصيص 3، التي تمثل فضاء بحث أكبر وأكثر تعقيداً (10!)، أظهرت خوارزمية الثقب الأسود توازناً جيداً بين الاستكشاف والاستغلال من خلال الوصول إلى الحل الأمثل في بعض التكرارات، وتحقيق أقل انحراف معياري مقارنة بالخوارزميات الأخرى، وهو ما يدل على استقرار أدائها مع ثبات عدد التكرارات.

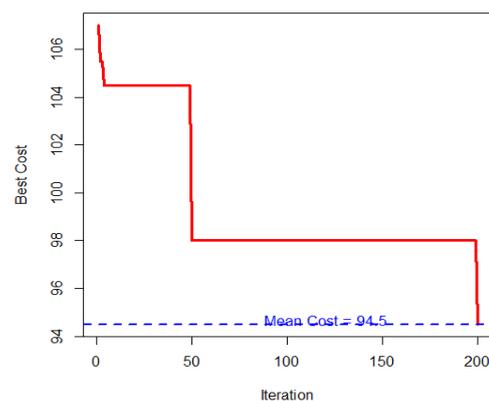
جدول 9. نتائج مقارنة الخوارزمية BHO بالخوارزميات (DM\_API) و (AZ1) و (WOA) و (FPA)

الخوارزمية	الحل الأمثل	المتوسط	أقل قيمة	أعلى قيمة	الانحراف المعياري
DM-AP1	68	68	68	68	0
AZ1	20	20	20	20	0
WOA	60	64.6	63	67	0.78
FPA		62.2	61	63	0.707
BHO		62.5	60	64	0.19679
WOA	90	104.1	103	105	0.738
FPA		101.8	101	102	0.422
BHO		94.5	92	97	2.0228

## BHO Performance Summary

BHO Best cost: 60  
 Worker 1 ? Task 8 (Cost: 6)  
 Worker 2 ? Task 7 (Cost: 6)  
 Worker 3 ? Task 2 (Cost: 6)  
 Worker 4 ? Task 13 (Cost: 6)  
 Worker 5 ? Task 10 (Cost: 6)  
 Worker 6 ? Task 5 (Cost: 6)  
 Worker 7 ? Task 12 (Cost: 6)  
 Worker 8 ? Task 1 (Cost: 6)  
 Worker 9 ? Task 15 (Cost: 6)  
 Worker 10 ? Task 6 (Cost: 6)  
 Worker 11 ? Task 4 (Cost: 6)  
 Worker 12 ? Task 3 (Cost: 6)  
 Worker 13 ? Task 11 (Cost: 6)  
 Worker 14 ? Task 9 (Cost: 6)  
 Worker 15 ? Task 14 (Cost: 6)  
 Runs = 50  
 numPopulation = 600  
 maxIter = 200  
 Best Optimal Cost (Min) = 92  
 Worst Cost (Max) = 97  
 Mean Cost = 94.5  
 SD of Cost = 2.022728  
 Mean Time = 28.10657 sec  
 SD Time = 0.1668546 sec

Average Convergence Curve ( 50 Runs )



شكل 4. تقارب الخوارزمية نحو الحل الأمثل

دقة عالية في النتائج مع مراعاة متوسط الزمن الحسابي لتنفيذ الخوارزمية.

## 7. التوصيات

1. أهمية استخدام لغة R والحزم المصاحبة لها في بناء الخوارزميات التطويرية لتسهيل وتوسيع طرق حل المسائل الرياضية الهندسية والاحصائية.
2. أهمية المكتبة **MetaheuristicOpt** التي تتضمن مجموعة كبيرة من الخوارزميات الحديثة التي تحاكي الظواهر الطبيعية، حيث يمكن استخدامها وتنفيذها في إيجاد الحل الأمثل أو القريب من الحل الأمثل للعديد من المسائل الحسابية المعقدة.
3. أما بخصوص الأعمال المستقبلية؛ فإنه يمكن استخدام الخوارزمية المقترحة في إيجاد الحل الأمثل لمسائل التخصيص، في حالة التعظيم عندما تكون متغيرات القرار كثيرة، وهذا يتطلب فقط تغيير الوظيفة **Min** بالوظيفة **Max** ومقارنة نتائجها بالخوارزميات التطويرية الحديثة.

## 8. المراجع

- [1] محمود العبيدي، مؤيد عبد الحسين الفضل. بحوث العمليات و تطبيقاتها في إدارة الأعمال. عمان: مؤسسة البوراق، 2004، ص 22.
- [2] حمدي طه، مقدمة في بحوث العمليات الجزء الأول، النماذج المحددة، تعريب أحمد حسين علي، الرياض: دار المريخ للنشر، 2011، ص 357.
- [3] Hatamlou A, hole Black A new heuristic optimization approach for data clustering. *Inform Sci*, 2013,222:175–184.
- [4] Lala Septem Riza ;Iip, Eddy Prasetyo Nugroho, Muhammad Bima, Adi Prabowo, Enjun Junaeti ,Ade Gafar Abdullah ,R package (metaheuristicOpt), Date 2019-06-19. URL <https://cran.r-project.org>
- [5] Souhail Dhoub. Intelligent Assignment Problem Using Novel Heuristic: The Dhoub-Matrix-AP1 (DM-AP1). *IJISAE*, 2022, Vol.10 (1), pp135–141.
- [6] Fatema A. Sadiq , Mayada N. Mohammedali , Raghad I. Sabri. A new Application of Assignment Problems Using Three Techniques

عند الانتقال إلى مسألة تخصيص 4، التي تتسم بتضخم كبير في فضاء البحث (15!)، فقد أظهرت خوارزمية الثقب الأسود تحسناً ملحوظاً في الأداء، حيث تفوقت بوضوح من حيث قرب المتوسط من الحل الأمثل مقارنة بخوارزميات (WOA) و (FPA). ومع ذلك تم تسجيل انحراف معياري أعلى نسبياً، يشير إلى أن زيادة عدد السكان أسهمت في تعزيز عملية الاستكشاف، في حين محدودية عدد التكرارات مقارنة بحجم فضاء البحث الكبير قللت من كفاءة الاستغلال. الأمر الذي يؤكد حساسية الخوارزمية لعدد التكرارات في المسائل ذات الأبعاد الكبيرة. وبوجه عام تؤكد النتائج أن خوارزمية الثقب الأسود (BHO) حققت أداءً مثالياً في فضاءات البحث الصغيرة، كما تقدم حلاً أقرب إلى الحل الأمثل مقارنة بخوارزميات (WOA) و (FPA) في فضاءات البحث الكبيرة، الأمر الذي يؤدي إلى إمكانية استخدامها بكفاءة عالية في حل مسائل التخصيص المشابهة.

## 6. الاستنتاجات

من خلال ما تقدم تبين أن خوارزمية الثقب الأسود (BHO) المقترحة فعالة في إيجاد الحل الأمثل أو القريب من الحل الأمثل لمسائل التخصيص المتزنة وغير المتزنة، وأدت إلى تحسين النتائج بشكل كبير من خلال المقارنة مع العديد من الخوارزميات المختلفة، وبالتالي إمكانية الوصول إلى الاستنتاجات التي تتضمن أهمية استخدام الدالة (perm) عند برمجة دالة الهدف لتمثيل متغيرات القرار بالصيغة الثنائية (Binry)، لما لها من دور أساسي وهام في التعامل الصحيح مع طبيعة مسألة التخصيص. بالإضافة إلى أهمية ضبط متغيرات خوارزمية الثقب الأسود، ولا سيما زيادة عدد المجتمع الابتدائي لتحسين عملية الاستكشاف، وزيادة عدد التكرارات لتعزيز كفاءة الاستغلال في فضاءات البحث الكبيرة. إذا كان الهدف تحقيق

- [12] Mehmet Fatih Demiral, Ant Colony Optimization For A Variety Of Classic Assignment Problems 1st International Turkish World Engineering and Science Congress in Antalya, Turkey December 7-10, 2017.
- [13] Laith Abualigah, Mohamed Abd Elaziz, Putra Sumari • AhmadM. Khasawneh ,Mohammad Alshinwan Seyedali Mirjalili Mohammad Shehab Hayfa Y. Abuaddous Amir H. Gandomi. Black hole algorithm: A comprehensive survey. Applied Intelligence, 2021.  
<https://doi.org/10.1007/s10489-021-02980-5>
- [14] Al-Khazraji, H. Comparative Study of Whale Optimization Algorithm and Flower Pollination Algorithm to Solve Workers Assignment Problem. *International Journal of Production Management and Engineering*, 2022, 10(1), 91-98.  
<https://doi.org/10.4995/ijpme.2022.16736>
- [15] نعم عبدالمنعم عبد المجيد، مشكلة حقيبة المستثمر متعددة الأبعاد باستعمال الخوارزميات المستوحاة من الطبيعة، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية، 2021، المجلد 18 رقم 2، (2021)، 30-40.
- [16] **MetaheuristicOpt**, URL <https://cran.r-project.org>, (20/10/2025).
- [17] جمال بشير أوهيبة، خوارزمية متقدمة بلغة R لحل نماذج التخصيص. *icest 2019*، المؤتمر الدولي للتقنية والعلوم، طرابلس، مارس 2019.
- with it Comparison. *Journal of Al-Qadisiyah for Computer Science and Mathematics*. Vol. 14(4) 2022 , pp. 19–28.
- [7] Helena Gasparis-Wieloch. The Assignment Problem in Human Resource Project Management under Uncertainty. *MDPI Risks*, 2021, 9, 25.  
<https://doi.org/10.3390/risks9010025>
- [8] Zahraa K. Hashim, Mushtak A. K. Shiker. A New Technique to Solve the Assignment Problems. AIP Conference Proceedings 2414, 040018(2023).  
<https://doi.org/10.1063/5.0114724>
- [9] S. S. Ahmed, U. N. Mariga, S. Abdulmalik, I. S. Anjo and S. Umaru . The use of assignment problem models to assign teachers to classes : A Case Study Of Ado Bobi Primary School Mariga, Nliger State, Nigeria. *Trans. of NAMP*. 2022, volume 18, pp167 –172.
- [10] A. Seethalakshmy. A Comparative Study Of Assignment Problem To Obtain An Optimal Solution. *Erouoquantology*. September, 2022, vol. 20, Issue 11 |pp. 5673-5679.  
DOI: 10.14704/NQ.2022.20.11.NQ66567
- [11] Chika Yinka-Banjo, Ajao Kamal Abayomi. Application of Genetic Algorithm to The Job Assignment Problem with Dynamics Constraints. *CJICT*, 2020, vol. 8, 1-17.

## ملحق (أ) مصفوفة تكاليف 15×15 [14].

```

=====
# Cost Matrix
# =====
cost_matrix <- matrix(c(
8,8,7,9,9,7,9,10,11,7,9,9,10,6,11,
10,7,8,10,8,8,9,7,6,11,7,9,7,11,10,
9,6,7,8,9,10,8,7,9,9,10,11,7,7,8,
10,9,8,7,8,7,7,8,10,8,9,7,6,7,7,
9,7,9,6,8,7,8,7,7,9,11,8,7,8,
8,7,7,8,10,6,9,7,10,9,8,10,8,8,7,
10,7,8,10,8,8,9,7,8,11,8,9,8,11,6,
6,7,9,10,7,7,8,7,9,7,10,7,7,8,11,
10,8,8,8,9,8,9,7,9,11,8,6,7,9,8,
8,8,7,9,6,7,10,9,10,10,7,8,9,11,7,
8,8,7,9,8,7,8,9,10,6,8,7,9,8,11,
10,9,6,7,8,7,7,8,10,8,9,7,10,9,7,
11,10,7,8,7,9,7,8,9,7,6,11,8,7,8,
8,8,7,9,8,7,6,9,10,10,8,7,9,8,7,
8,8,7,9,8,7,9,6,10,10,9,8,7,7,9
), nrow = 15, byrow = TRUE)

```